Олимпиада 2018, 3 тур

1. Найдите все такие квадратные уравнения $x^2+bx+c=0$, у которых оба коэффициента b и c являются решениями того же уравнения.

2. На клетчатой плоскости дано 5 произвольных узлов сетки. Докажите, что середина одного из отрезков, соединяющих какие-то две из этих точек, также является узлом сетки.

3. Известно, что $8^{17}+10^{17}=1022517998136*5248$. Найдите цифру, заменённую звездочкой.

4. Продавец для взвешивания товара пользуется чашечными весами и гирями, причем гири можно класть на обе чаши. Какое минимальное число гирь у него может быть, если известно, что с их помощью он взвешивает любой груз от 1 до 40 кг (масса – целое числом килограммов).

5. Решите в целых числах уравнение $\left(x^2+y^2\right)(x-2y+15)=2xy$.

6. Вася находится в дремучем лесу площадью 25 км^2. Форма леса неизвестна, но он сплошной, без полян. Вася хочет выбраться из леса, пройдя минимально возможное расстояние. Какова длина и форма минимального маршрута?